

**Aufgabenstellung im Modul
„Interdisziplinäres Projekt“
für
Frau/Herrn xxx xxx
Matr.-Nr.: xxx**

FAKULTÄT FÜR BAUINGENIEURWESEN
UND GEODÄSIE

**Institut für Strömungsmechanik und
Umwelphysik im Bauwesen**

Tag der Ausgabe:	xx.xx.2023	Bearbeitungsumfang:	360 Stunden
Tag der Abgabe (vorläufig):	xx.xx.2023		
Prüfer/in:	Thomas Graf		
Betreuer/in:	Thomas Graf		

bearbeitet von:
Thomas Graf
Tel. +49 511 762 4786
E-Mail: graf@hydromech.
uni-hannover.de

Titel: Analytische und numerische Simulation der instationären Absenkung in einem gespannten Aquifer mit verschiedenen Finite-Differenzen Methoden

07.17.2023

Analytical and numerical simulation of transient drawdown in a confined aquifer with various finite difference methods

Aufgabenstellung

Grundwasserentnahme in gespannten homogenen isotropen Aquiferen führt zu Absenkung des Grundwasserspiegels. Absenkung ist eine Funktion von Ort und Zeit. Hier gilt die zylindrische instationäre Strömungsgleichung, bei der die Achse des Entnahmebrunnens bei $r=0$ ist:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Darin sind:	h [L]	Hydraulisches Potenzial
	r [L]	Zylinderkoordinate
	S [-]	Speicherkoeffizient
	T [L ² /T]	Transmissivität
	t [T]	Zeit

Die zylindrische instationäre Strömungsgleichung kann analytisch mit der THEIS-Gleichung gelöst werden:

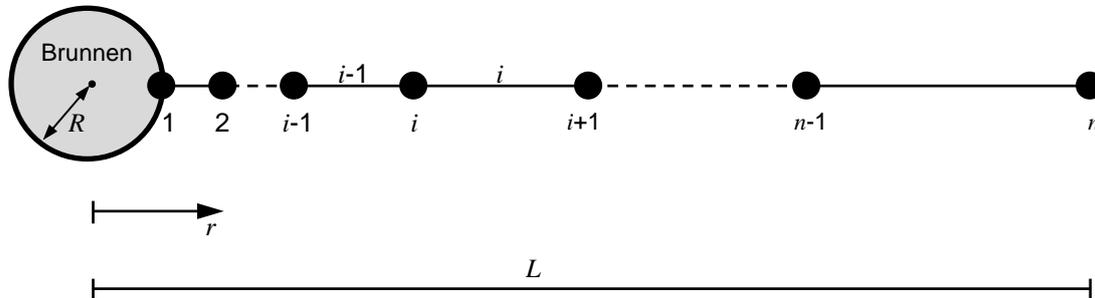
$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \cdot \underbrace{\int_0^t \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{r^2 S}{4T\tau}\right) d\tau}_{W(u)}$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} = \frac{r^2 S_S}{4Kt}$$

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} + \dots$$

Darin sind:	s [L]	Absenkung
	Q [L ³ /T]	Entnahmerate
	$W(u)$ [-]	THEIS'sche Brunnenfunktion

Die zylindrische instationäre Strömungsgleichung kann auch numerisch gelöst werden. Das soll hier mit der Finite-Differenzen Methode gemacht werden. Das benötigte 1D-Gitter ist unregelmäßig, beginnt am Brunnenradius R endet bei der Länge L , und ist in der Draufsicht:



Ziele dieser Arbeit

1. Präsentation und Beschreibung der Strömungsgleichung, die dieses Problem beschreibt. Benennung und Beschreibung der unterschiedlichen Strömungs-Randbedingungen mit Diskretisierung (Neumann links, Dirichlet rechts).
2. Definition von geeigneten Parameterwerten des instationären Absenkungsproblems.
3. Analytische Simulation der instationären Absenkung. Darstellung der zeitlichen Absenkung sowohl entlang der 1D Achse als auch an einem bestimmten Beobachtungs-Knoten.
4. Erstellung eines unregelmäßigen 1D Gitters. Die Elementgröße soll multiplikativ vergrößert werden. Am Ende des Gitters (bei $r=L$) soll das Entstehen eines sehr kleinen Elements durch Korrektur (Verschieben des letzten Knotens) verhindert werden, damit L nicht überschritten wird.
5. Diskretisierung der 3 Ableitungen der zylindrischen instationären Strömungsgleichung mit den folgenden 8 Finite-Differenzen Methoden
 - a. Explizit
 - i. Zentral-Euler
 - ii. Upstream-Euler
 - iii. Leap-Frog
 - iv. Lax-Wendroff
 - b. Implizit
 - i. Zentral-Euler
 - ii. Upstream-Euler
 - c. Explizit-implizit
 - i. Crank-Nicolson ($\omega=0.5$) mit zentraler Gewichtung und Euler-Verfahren
 - ii. Preissmann-Schema ($\omega=0.5$ und kleiner möglicherweise instabil; $\omega=0.6$ stabil)
6. Ermittlung der korrekten räumlichen Diskretisierung der 8 Methoden. Vergleich der unterschiedlichen Methoden bei unterschiedlich feinen Gittern und mit der analytischen Lösung.
7. Wahl einer numerischen Methode. Präsentation der Potenzialverteilung entlang des 1D Gitters und an einem ausgewählten Beobachtungs-Knoten für folgende Fälle mit geeigneten, frei wählbaren Parameterwerten:
 - a. Referenzfall
 - b. Szenario mit kleinerem T
 - c. Szenario mit größerem T
 - d. Szenario mit kleinerem S
 - e. Szenario mit größerem S
8. Erstellen von Abbildungen, die die Potenzialverteilungen zeigen.
9. Diskussion der Ergebnisse

Der fertigen Arbeit ist jeweils eine Kurzfassung in deutscher und englischer Sprache voranzustellen. Zusätzlich sind jeweils fünf, den Inhalt der Arbeit beschreibende, Schlagwörter anzugeben. Die Arbeit ist als pdf-Datei abzugeben, die Aufgabenstellung ist mit einzubinden.

Bei der Erstellung der Arbeit wird insbesondere auf erläuternde Kommentare zu den berücksichtigten Parametern, die prägnante Darstellung theoretischer Grundlagen und die übersichtliche Darstellung der ermittelten Ergebnisse Wert gelegt. Während der Arbeit auftretende Fragestellungen können in Absprache mit der betreuenden Person zusätzlich bearbeitet werden. Der Umfang der einzelnen Teilaufgaben ist bearbeitungsbegleitend mit der betreuenden Person abzustimmen. Die Ergebnisse der Arbeit sind in einem schriftlichen Bericht aufzuarbeiten und in einer Präsentation mit anschließender Diskussion zu präsentieren (ca. 15-minütiger Vortrag über Fragestellung, Methoden und Ergebnisse der Arbeit).

apl.-Prof. Dr. Thomas Graf